

Modélisation expérimentale du sluice artisanal par Particle Image Velocimetry

T. N. RAMANAKOTO¹, R.D. RAJAONA², E. RASOLOMANANA³, L. RAKOTONDRAJAONA⁴

- 1- Maître de Conférences, Université d'Antananarivo, Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo, Mention Météorologie, Ecole Doctorale Ingénierie et Géoscience, Laboratoire Hydrodynamique, Madagascar
- 2- Professeur, Université du Havre, Laboratoire Ondes et Milieux Complexes, FRE CNRS 3102, Equipe Hydrodynamique et Acoustique Marine, France
- 3- Professeur, Université d'Antananarivo, Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo, Ecole Doctorale Ingénierie et Géoscience, Laboratoire Hydrodynamique, Madagascar
- 4- Maître de Conférences HdR, Institut Supérieure d'Antananarivo, Ecole Doctorale Ingénierie et Géoscience, Laboratoire Hydrodynamique, Madagascar

Auteur correspondant : T.N. RAMANAKOTO

Adresse: Ecole Doctorale Ingénierie et Géosciences, Université d'Antananarivo, 101 Antananarivo, Madagascar

e-mail : toky.ramanakoto@univ-antananarivo.mg

Téléphone : +261 34 06 877 58

Résumé (< or = 250 mots)

Le sluice artisanal est un appareil de triage de minerai lourd, dont l'or. Le principe de tri se fait par séparation gravimétrique avec de l'eau à l'aide des pièges nommés riffles. L'écoulement hydrodynamique au sein du sluice est très complexe. Traditionnellement, sa performance est évaluée à partir du taux de préconcentration des produits utiles récupérés et récemment à partir des équipements qui le composent. Actuellement, des nouvelles techniques expérimentales ont des succès en mécanique des fluides comme Particle Image Velocimetry (PIV). Dont, ce dernier exploite la technique optique lasers de visualisation, en partant de la visualisation qualitative (information numérique) à la mesure quantitative d'un écoulement, comme : les champs de vitesse, les lignes de courants et vorticité. L'application de la technique PIV sur la complexité de l'écoulement dans un sluice est l'objet de cette étude en vue d'optimisation du rendement. Ainsi, des dispositifs expérimentaux ont été créés pour permettre la visualisation de l'écoulement. Et, les images acquises sont ensuite traitées en faisant des réductions de données par l'approche mathématique de recherche de la mode dominante. Les protocoles expérimentaux mis en place a permis d'identifier la typologie d'écoulement existant. La sluice présente quatre compartiments d'écoulement dont : la zone à jet à la sortie du riffle, la zone à l'écoulement uniforme près de la surface, la zone de récirculation (vortex) et la zone à faible vitesse derrière le riffle qui correspond à la zone favorable pour le dépôt du minerai.

Mots-clés

Hydrodynamique, Particle Image Velocimetry, Riffles, Sluice artisanal, Vortex

1- Introduction

Plusieurs chercheurs des différentes laboratoires (**OSHKAI P. et al., 1999 ; RAJAONA et al., 2005 ; LABIOD, 2005 ; MALAVASI S. et al., 2007 ; WERTEL J., 2009**) ont entrepris sur l'étude des écoulements à surface libre. En effet, l'intérêt de telles recherches réside dans la présence des effets de surface libre pour de nombreux domaines de l'ingénierie marines, fluviale, minière, ou encore de l'assainissement. Ces domaines concernent les économies d'énergies (hydrolienne flottante, recherche pétrolière, énergie à houle.....) ou les augmentations de rendement de système d'exploitation (Fleuves, triage minérale, aspects de l'hydraulique dans les pays en développements). La surface libre entraîne souvent des effets de turbulence conditionnés par plusieurs paramètres physiques et géométriques de la structure à étudier. Le phénomène de la turbulence est toujours complexe. Etant donné cette complexité, notre étude contribue à l'effet de la surface libre par combinaison de quelques méthodes expérimentales sur un sluice artisanale. Le sluice est un équipement de triage d'or parmi les plus anciens. Son principe de base fait appel à l'hydrodynamique pour capter les particules d'or extrait d'une « gangue ». Le sluice est défini comme étant un appareil de tri densimétrique par sédimentation, (**COOK, 1979 ; CLARKSON et al., 1990 ; BLAZY et al., 2005**). L'efficacité du triage dépend de plusieurs paramètres comme le débit d'eau (**STEWART, 1986**), l'orientation et le type des riffles (**CLARKSON ET PEER, 1990**), la vitesse d'alimentation des gangues et le type de minerai (**STEWART et RAMSAY, 1993**). Traditionnellement, l'évaluation de la performance du sluice a été faite à partir du taux de préconcentration des produits utiles récupérés. Récemment, la performance de sluice est évaluée à partir des équipements qui le composent, en utilisant des courbes empiriques de performances. (**BLAZY P. et JOUSSEMET R., 2005**) ont supposé un modèle semi-analytique du sluice à partir de la sédimentation des minéraux lourds. Par une approche visuelle, (**POLING et HAMILTON, 1986**), a mis en évidence trois zones en fonction de la répartition des gangues. (**HOLLAND-BATT A. B., 1995**) ont fait une étude dynamique en vue de proposition un design pour une capacité de traitement maximal. Depuis près de 30ans, le développement des techniques optiques, lasers, électroniques, vidéos et numériques a permis de passer la visualisation qualitative à la mesure quantitative d'un quelconque écoulement. Parmi lesquelles, la méthode Particle Image Velocimetry (PIV) est actuellement très sollicitée et utilisée dans le domaine de la mécanique des fluides pour caractériser un écoulement. L'objectif de cette étude est la caractérisation de l'écoulement complexe du sluice traditionnel

en utilisant cette technologie récente. L'objectif de cette étude est la caractérisation de l'écoulement complexe du sluice traditionnel en utilisant cette technologie récente.

2- Méthodologie

La méthodologie du travail est composée de trois étapes qui sont :

- Mise en place d'un dispositif expérimental ;
 - Acquisition des données ;
 - Traitements des données ;
- a. Mise en place d'un dispositif expérimental

Un dispositif expérimental a été conçu, composé de plusieurs appareils. L'ensemble est constitué d'une maquette du sluice avec une cuve de visualisation, d'un système de génération d'écoulement, et des matériels de mesure PIV. La configuration optimale du sluice (AGEDI, 2006) est prise comme la référence du dimensionnement de la maquette expérimentale. Elle est constituée d'un caisson, de trois riffles et d'un système de nid d'abeille (voir figure 01). Sa longueur est de 1,50m.

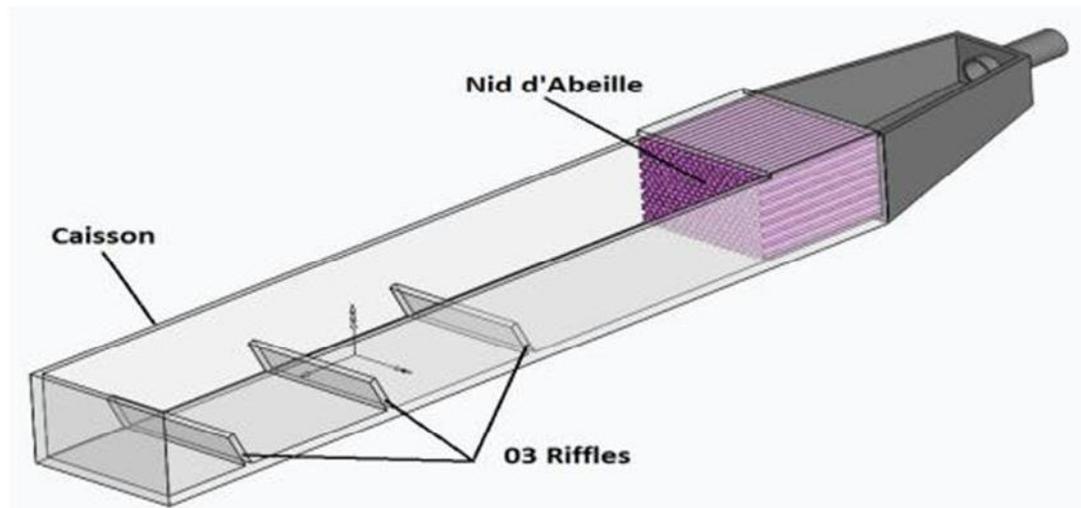


Figure 01 : Maquette sluice en plexiglass

La maquette est placée dans une cuve pour faciliter la visualisation et l'acquisition des images et vidéos. L'écoulement est généré par une électropompe ($Q_{max}=2\text{ls}^{-1}$, $P_{max}=0.7\text{bar}$). La circulation d'eau fait une boucle, car l'eau déversée dans la cuve va être ensuite récupérée par l'électropompe. Un système nid d'abeille est installé à l'entrée du caisson de la maquette pour répartir le profil d'écoulement à l'entrée du sluice. Les matériels standards de PIV (voir figure 02) sont composés :

- Une source lumineuse : 02 boîtiers à charge à Laser (ICE 450, BIG SKY Laser Quantel, 15hz, Voltage universel : 85/ 240V) et 02 têtes Laser (Twins BSI, BIG SKY Laser Quantel) ;
- Un outil d'acquisition : caméra PULNIX DualTap AccuPIXEL, RM-6740 CL, haute résolution camera 640(H) x 480(V), $7.4\mu\text{m}$ carré pixel, et 200 hz ;

- Un outil d'acquisition et de stockage de données : boîtiers de synchronisation et ordinateur de mesures.



Boîtier de synchronisation



Caméra



02 Boîtiers de charge à laser



02 Têtes Laser



Ordinateur d'acquisition de données

Figure 02. : Vue d'ensemble des équipements PIV

b. Acquisition des données

Le champ de vitesse est mesuré dans les 3 compartiments (entre les riffles). Les deux têtes lasers (l'émetteur) sont placées derrière le caisson de façon à ce que le plan laser émis coïncide avec le plan central du caisson et parallèle aux parois longitudinales du caisson. Puis, la caméra est placée de manière à ce que son axe de visée soit perpendiculaire à celui du plan laser. Elle

doit être réglée de façon à ce que le plan focal coïncide avec le plan milieu du caisson (ou plan laser). (voir figure 03).

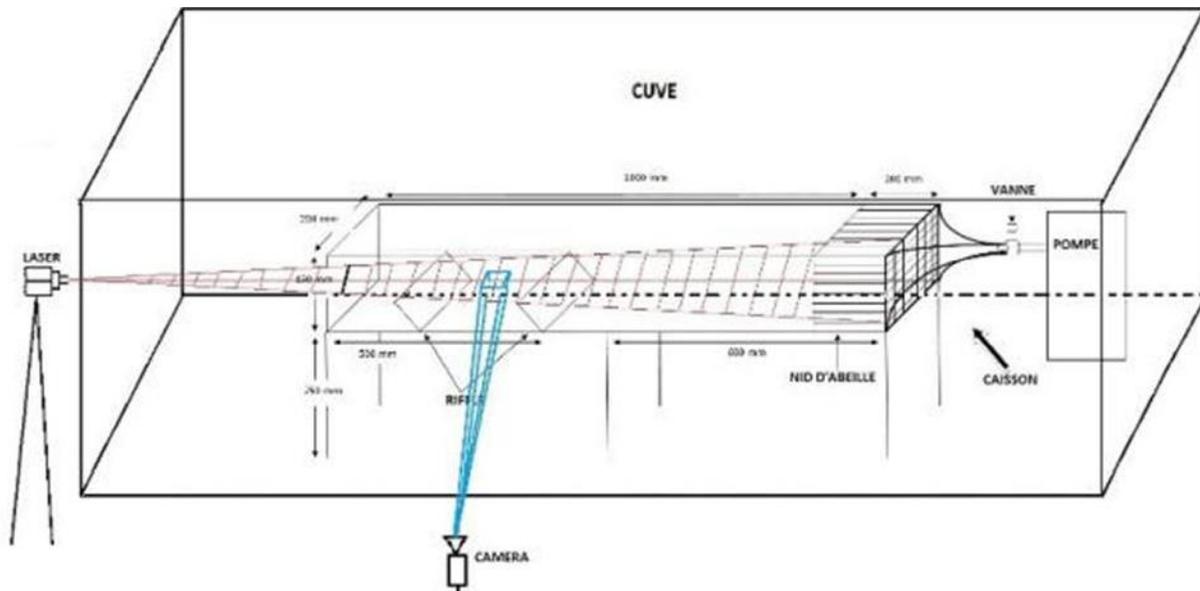


Figure 03.. : Dispositif de mesure par PIV

Chaque série de mesure suit les mêmes procédures d'acquisition qui sont :

- Etalonnage géométrique, qui consiste à calculer les coefficients de proportionnalité entre les coordonnées géométriques en m et les coordonnées pixels des séquences obtenues. Ces coefficients sont utilisés pour la transformation paramètres en valeur pixel en valeur réelle (mètres).
- Acquisition des données, qui consiste à visualiser l'écoulement en filmant des séquences de 400 images à une durée de 13,27s.
- Pré-traitements numériques commence par la classification deux par deux des images (deux séquences successives forment un couple), puis le traitement numérique par DirectPIV (un logiciel de traitement d'image) des couples d'images pour donner des matrices de vitesses instantanées. Les résultats à l'issue du pré-traitement sont des champs de vitesse instantanée (voir figure 04).

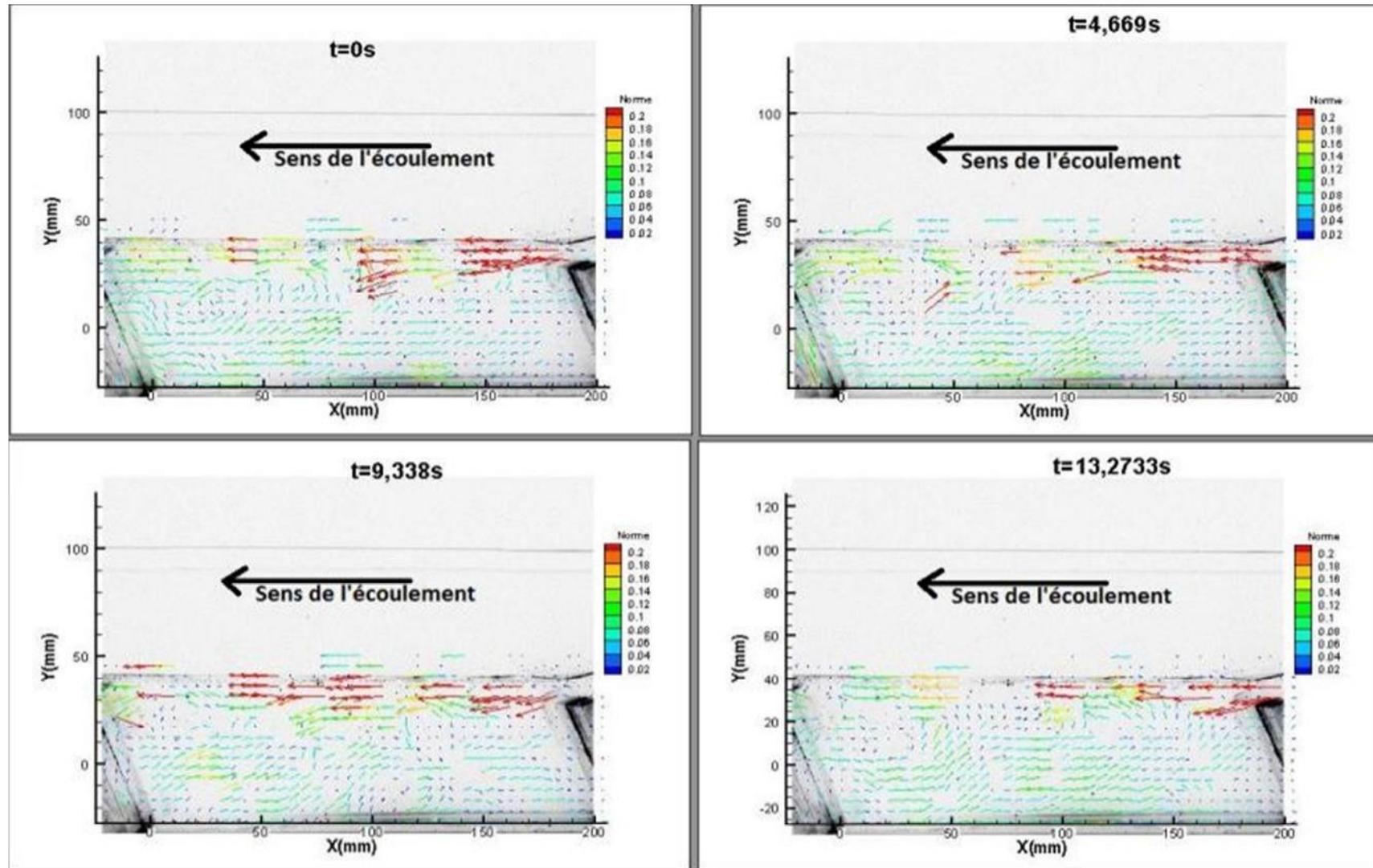


Figure 04 : Evolution du profil de champ de vitesse à des instants différents, entre riffle 1 et riffle 2

c. Traitements des données

Les 400 images filmées formeront 200 couplets qui seront transformées en 200 matrices de données. Chaque produit obtenu est une matrice comportant « X », « Y », « Vx », « Vy », « Norme », « Vorticity », « Circulation », et « Status ». Pour synthétiser les données obtenues, la méthode POD Snapshot a été utilisée (**SIROVICH, 1987**) (voir figure 04). La Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres ou Proper Orthogonal Decomposition (POD) est une technique élégante et très efficace d'analyse de données, qui permet d'approximer un système de dimension élevée par un autre de dimension nettement plus faible (**ANTOULAS et SORENSEN, 2001**). Elle est introduite dans l'esprit de **HOLMES et al., 1997** comme une méthode permettant d'accéder à une meilleure compréhension des écoulements turbulents.

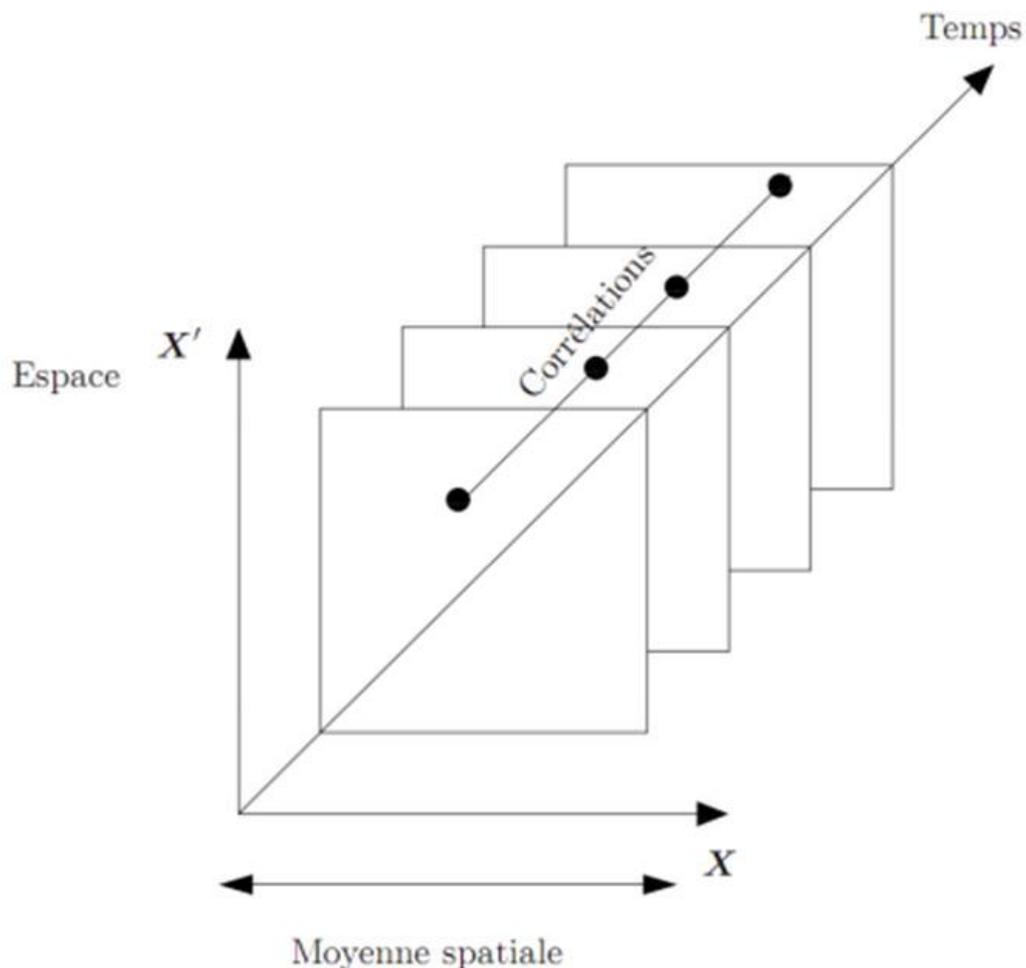


Figure 04 : Représentation schématique de la méthode des Snapshots

Plus précisément, cette méthode qui est une procédure linéaire, consiste à

déterminer une base de modes propres orthogonaux représentatifs des réalisations les plus probables. Ces modes propres sont obtenus par résolution d'une équation intégrale de Fredholm dont le noyau est construit à partir d'un ensemble de données provenant selon le cas de simulations numériques ou d'expériences. **GOLUB** et **VAN LOAN, 1989** ont mis en place que la décomposition en valeur singulière (SVD) de la matrice A de dimension $m \times n$ est la factorisation de :

$$A = U \Sigma V^T \quad (01)$$

Où :

- U et V sont des matrices orthogonales, respectivement de dimension $m \times m$ et $n \times n$
- Σ est une matrice diagonal contenant les éléments des valeurs propres singulières de A (et de A^T), telle que $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_r > 0$ où $r = \min(m, n)$.

De point de vue de **FAHL, 2001**, toute fonction u (réalisation), élément de l'ensemble U, peut se décomposer sur la base des éléments finis $\{\varphi^{(j)}(x)\}_{j=1}^{n'}$ d'ordre n', sous la forme:

$$u(x, t_i) = u^{n'}(x, t_i) = \sum_{k=1}^n u^{(j)}(t_i) \varphi^{(j)}(x) \quad (02)$$

Le problème de minimisation de l'équation (1) introduit la base de fonction propre POD $\Phi(x)$. L'idée à la base est de considérer que les fonctions propres spatiales $\Phi(x)$ peuvent s'écrire comme combinaison linéaire des réalisations $u(x, t_k)$ contenues dans la base de données, soit:

$$\Phi(x) = \sum_{k=1}^n a(t_k) u(x, t_k) \quad (03)$$

On recherche alors les coefficients $a(t_k), k=1,2,\dots,n$ tels que les fonctions propres Φ soient solutions de l'intégrale de Fredholm. Cette méthode a été développé et simplifié par **CORDIER** et **BERGMANN, 2002** et on trouve que le problème aux valeurs propres à résoudre est donné par :

$$\int_T C(t, t') a_n(t') dt' = \lambda_n a_n(t) \quad (04)$$

Où C(t,t') est le tenseur des corrélations temporelles définies comme :

$$C(t, t') = \frac{1}{T} \int_{\Omega} u_i(x, t) u_j(x, t') dx = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^{N_{POD}} a_n(t) a_n^*(t') \quad (05)$$

La figure 05 ci-après présente l'organigramme de la mise en œuvre du POD par rapport à l'étude menée.

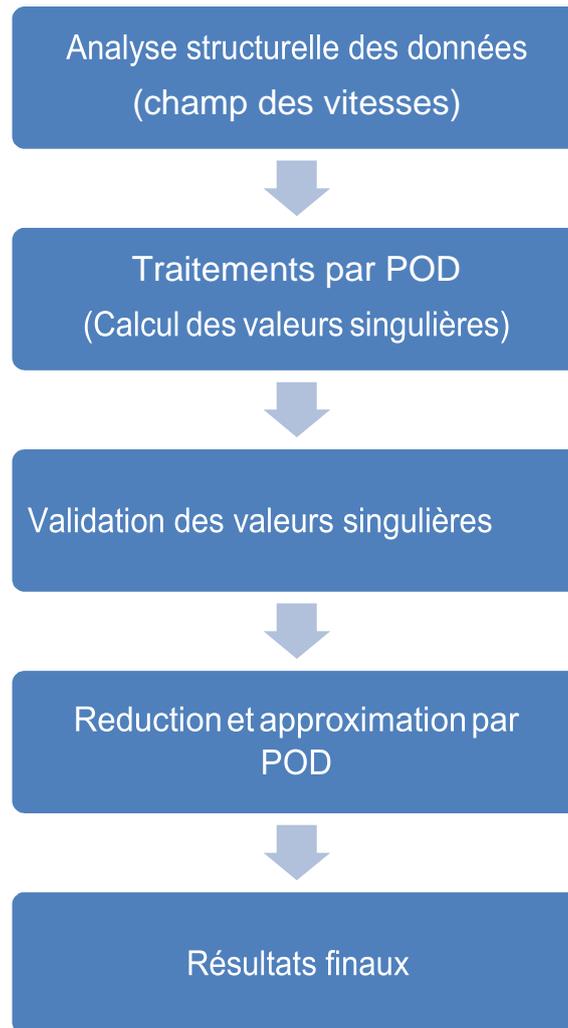
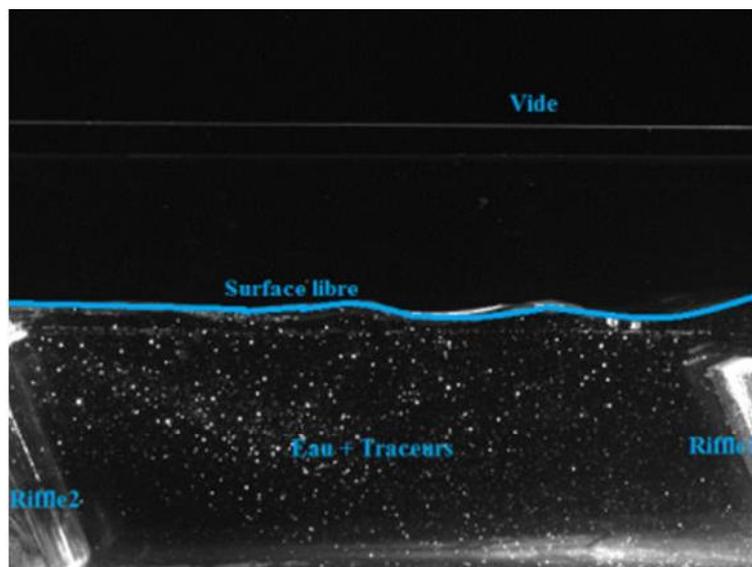
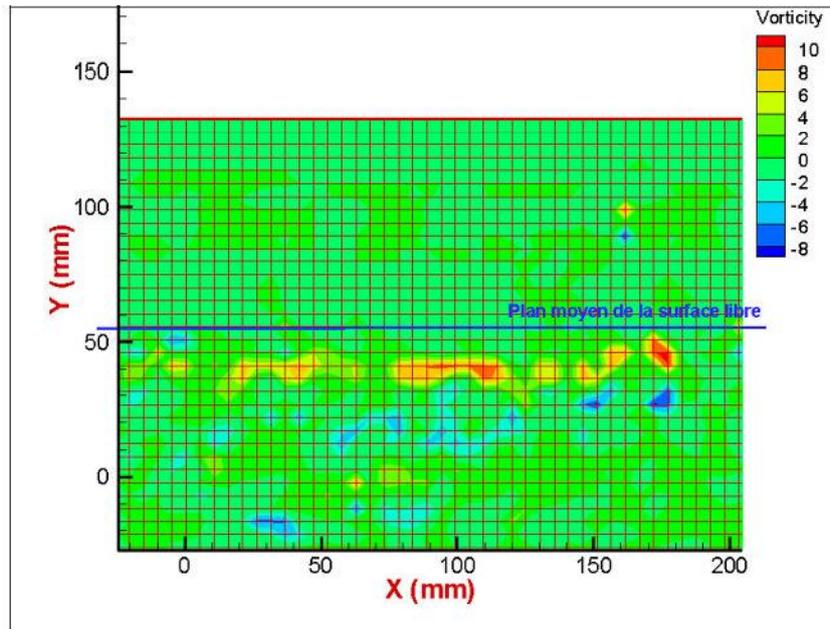


Figure 05 : Organigramme de mise en œuvre du POD

L'analyse structurelle des données a pour objet de repérer la hauteur moyenne de la surface libre et d'en supprimer la partie supérieure (figure 06).



Séquence (a)



Structure (b)

Figure 06 : Représentation d'un donné, cliché (a), Structure à l'issue de DirectPIV (b)

Le traitement POD par calcul des valeurs singulières, tous les champs de vecteurs instantanés durant un série d'acquisition vont être rassemble pour former une seule matrice (1320lignes × 200colonnes). Cette matrice va être ensuite décomposée en SVD.

$$B = \begin{pmatrix} U_{11} & \dots & \cdot & \dots & U_{m1} \\ \vdots & & & & \cdot \\ \vdots & & & & \cdot \\ \vdots & & \ddots & & \cdot \\ \vdots & & & & \cdot \\ \vdots & & & & \cdot \\ U_{1m} & \dots & \cdot & \dots & U_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & & \sigma_r \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{11} & \dots & v_{imax\ 1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{1\ imax} & \dots & v_{imax\ imax} \end{pmatrix}^T$$

$$B = U \Sigma V^T$$

Où B est une matrice rectangulaire de dimension 1320 × 200 ; U est une matrice carrée de dimension 1320 × 1320 et renferme les informations spatiales, Σ est la matrice des valeurs singulières d'ordre r avec $r < i_{max}$, sa dimension est de 1320 × 200, V^T contient les informations temporelles. C'est une matrice carrée de dimension 200 × 200.

Visualisation des valeurs singulières est l'étape qui permet de choisir les valeurs singulières significatives ou porteuses d'information qui reflètent l'écoulement dominant dans le système étudié.

La réduction et Approximation par POD : on construit une matrice B' qui est une approximation de la matrice B en utilisant les valeurs singulières significatives.

$$B' = U \Sigma^* V^T \quad (06)$$

Où Σ^* est la matrice réduit des 1^{ière}me premières valeurs singulières significatives $l < r$.

$$\Sigma^* = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & & \\ \vdots & \ddots & \sigma_l & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & & & \ddots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad (07)$$

La matrice B' va être utilisée pour la reconstitution des champs de vitesses instantanées. Le champ reconstitué n'est pas la même que celui des données initiales mais c'est une approximation à partir de la POD. Le champ de vitesse reconstruit permettra de déterminer la tendance globale de la direction des champs de vitesses et la zone de recirculation entre les riffles.

Trois (03) paramètres ont été choisi pour l'étude expérimentale du sluice artisanal (voir figure 07). Deux paramètres géométriques et un paramètre physique (débit). Ces paramètres ont été choisis parce qu'ils ont des influences directes sur la topologie et nature de l'écoulement.

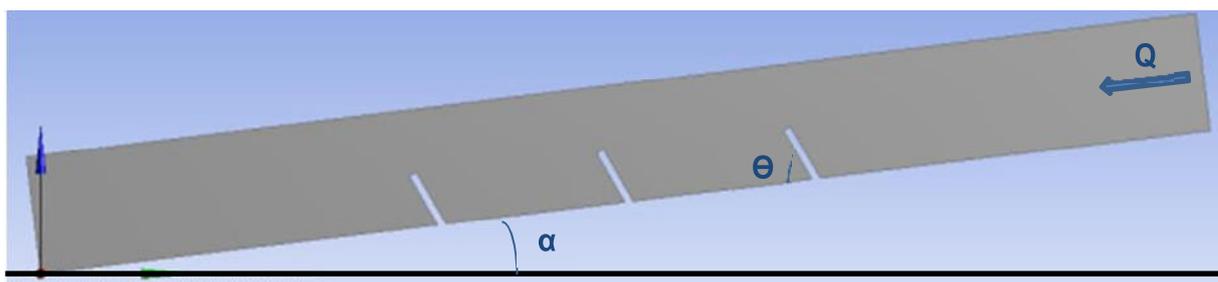


Figure 07: Geometry of the experimental device

Où :

- Q est le débit d'écoulement ;
- θ est l'inclinaison du riffle par rapport au fond du caisson ;
- α est la pente du sluice.

Les plages des valeurs respectives des paramètres d'étude sont :

- $Q_1=0.211/s$, $Q_2=0.421/s$, $Q_3=0.91/s$, $Q_4=1.481/s$, $Q_5=2l/s$ et $Q_6=2.606l/s$
- $\Theta_1= 67^\circ$, $\Theta_2= 45^\circ$, $\Theta_3= 90^\circ$;
- $\alpha_1= 0\%$, $\alpha_2 = 7\%$, $\alpha_3= 6\%$.

Le débit influe sur l'intensité de la vitesse d'écoulement, la hauteur d'eau et la surface libre. L'inclinaison conditionne la formation et l'intensité des vortex. La pente agit en même temps sur la formation et la caractéristique de la zone de recirculation mais aussi sur la vitesse d'écoulement.

3- Résultats

Les résultats se focalisent sur l'étude d'efficacité du procédé de traitement mise en place et l'analyse phénologique des résultats finaux. Les figures 07, 08 et 09 permettent de voir la variation des valeurs singulières pour les 200 données traitées.

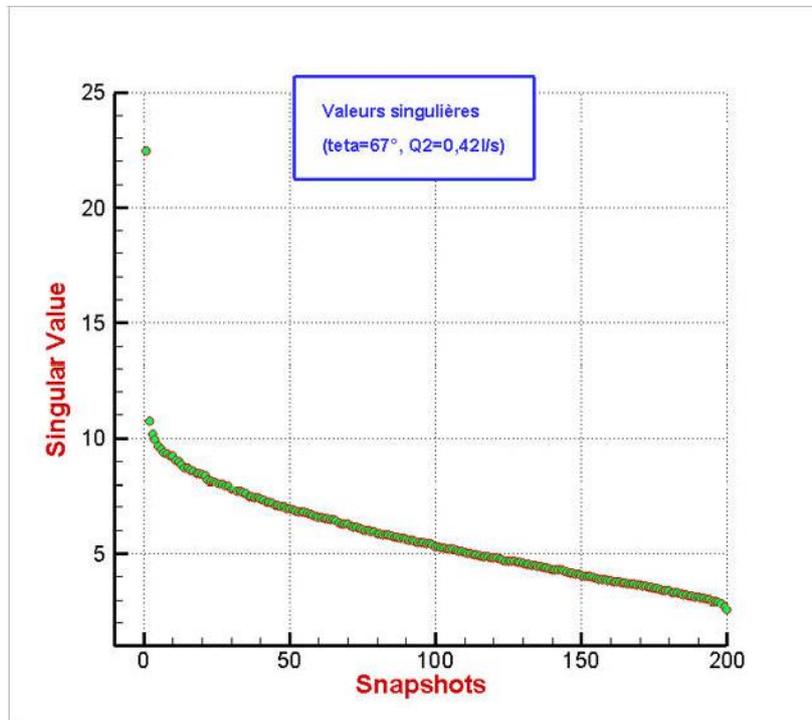


Figure 07. : Evolution des valeurs singulières sur les 200 données traitées

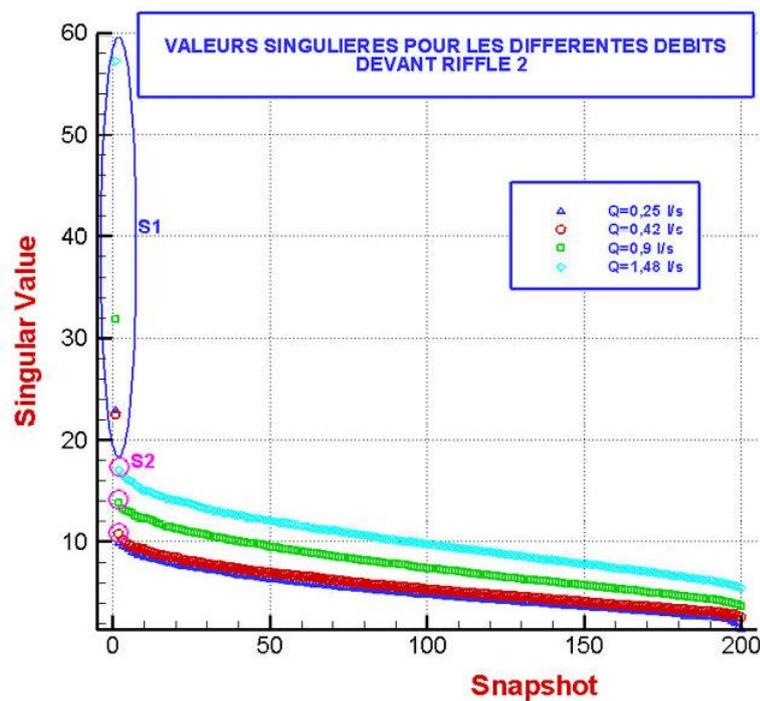


Figure 08. : Valeurs singulières pour différents débits

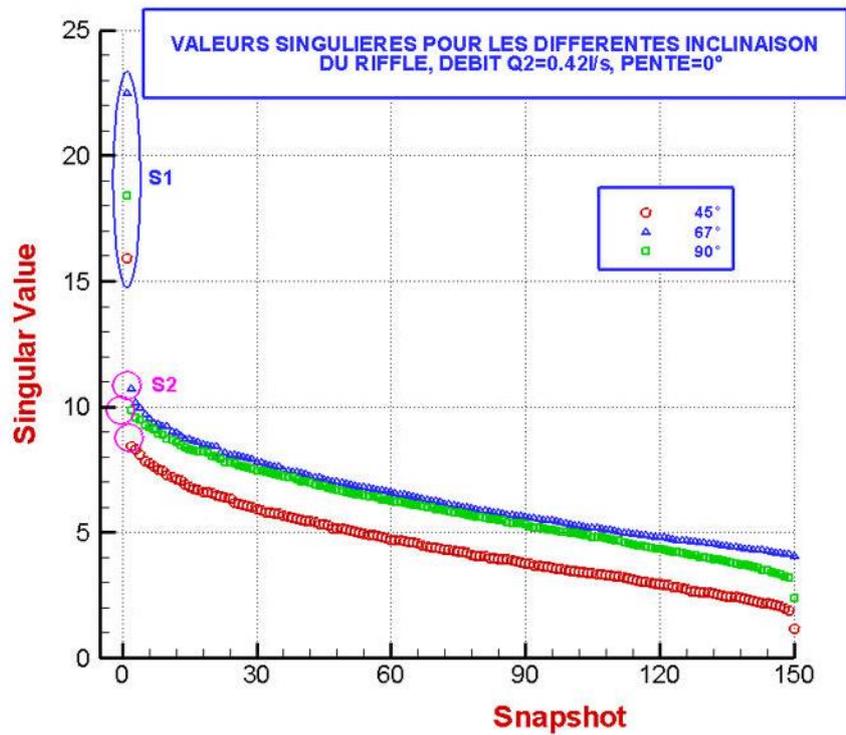


Figure 09. : Valeurs singulières pour différentes inclinaisons du riffle

La topologie de l'écoulement est déterminée à partir du profil du champ de vitesse et de la ligne de courant des résultats obtenus des approximations par la méthode POD. (figure 10 et 11 ci-après).

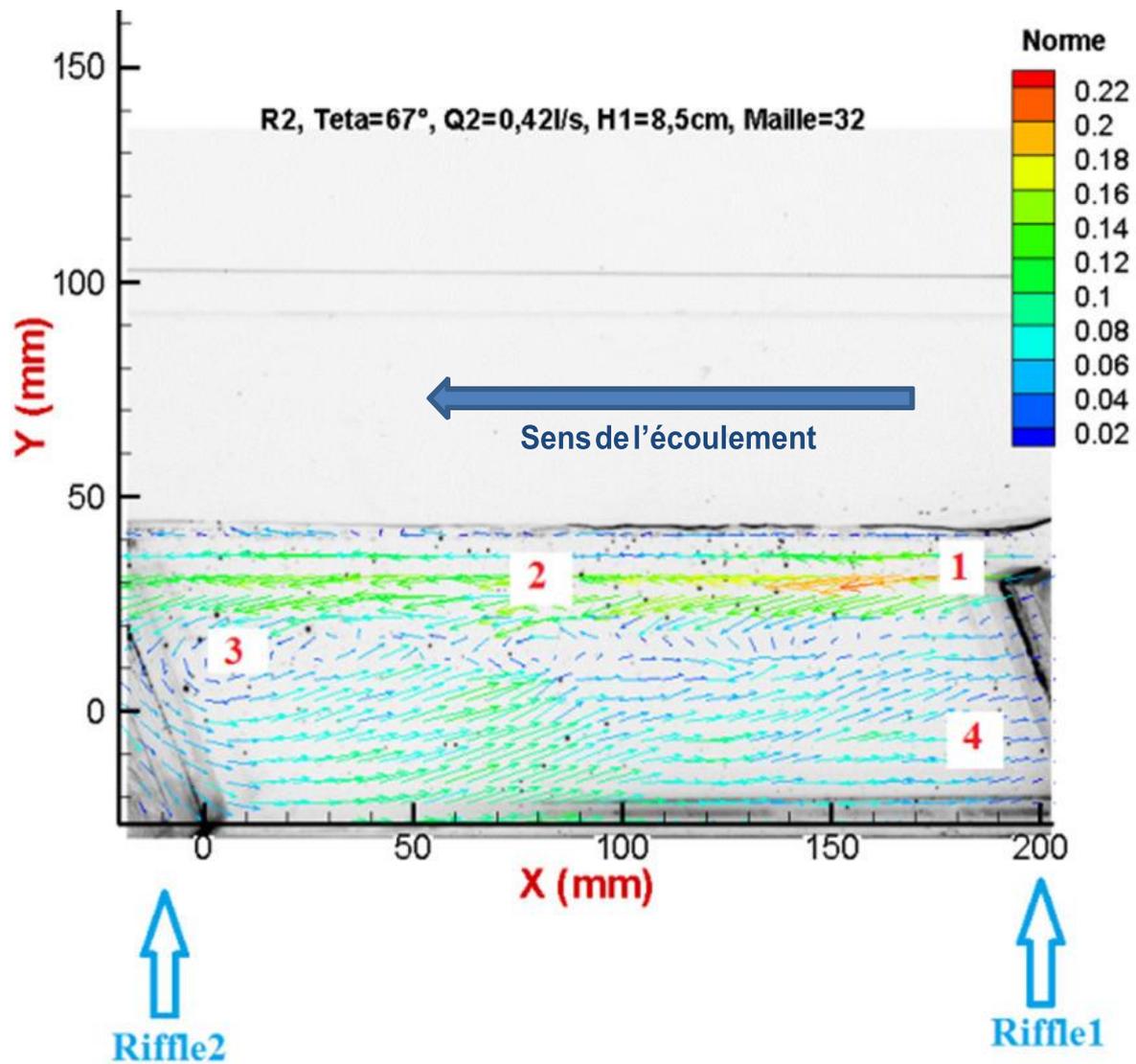


Figure 10: Topologie générale de l'écoulement

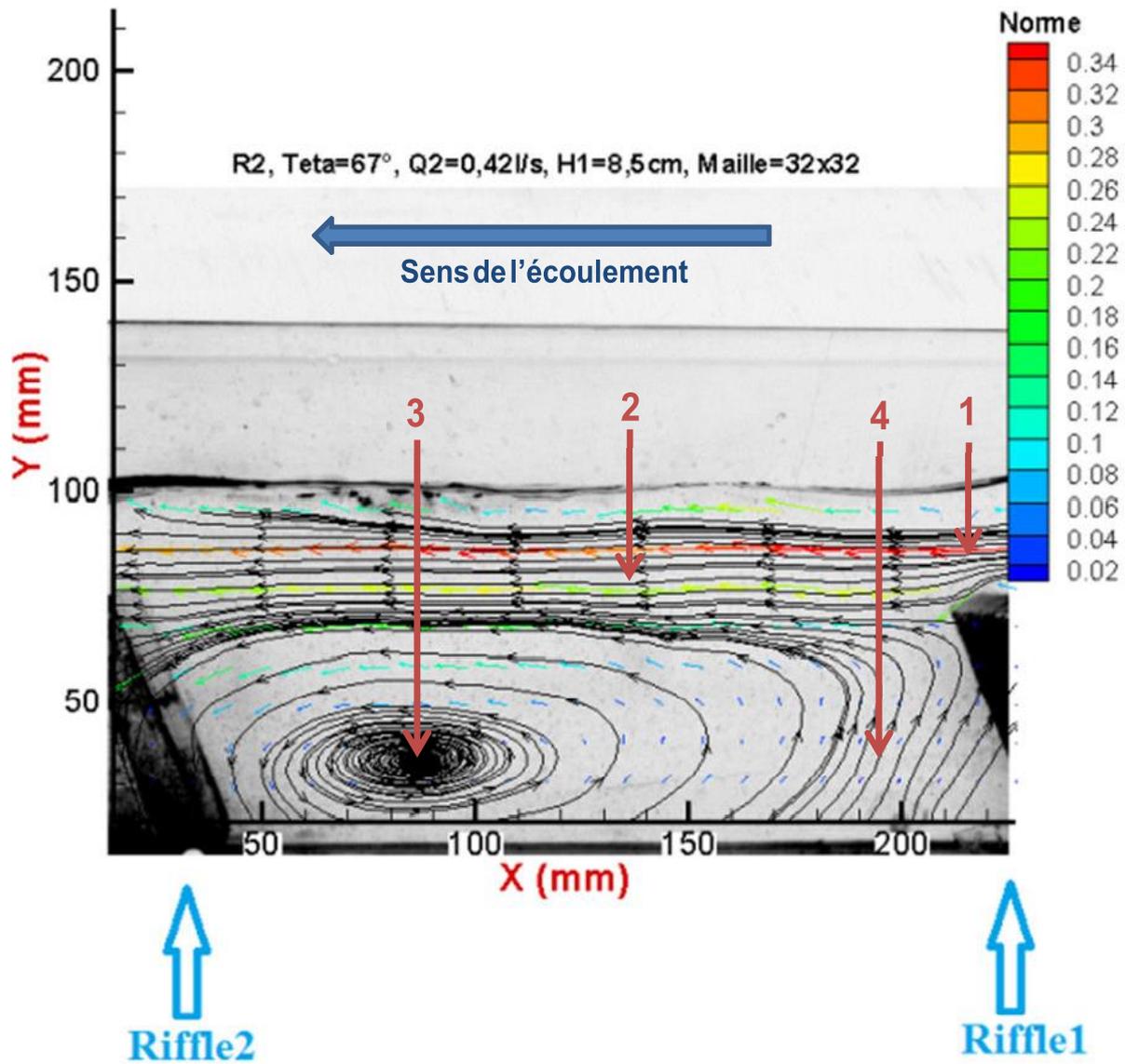


Figure 11 : Ligne de courant dans un sluice

4- Discussion

La première valeur singulière est largement plus grande que les autres à compter de la troisième qui a une décroissance plus ou moins linéaire (*figure 07*). Les évolutions des valeurs singulières sont presque les mêmes quel que soit les paramètres d'étude. Les premières valeurs singulières sont toujours très grandes par rapport aux autres. Les deuxièmes valeurs singulières se démarquent des autres quand les paramètres géométriques, l'inclinaison du riffle et la pente du sluice, sont modifiés. A compter des troisièmes singulières, la réduction est très faible d'une valeur à l'autre et est quasi-linéaire (*figure 08 et 09*). Les valeurs singulières sont proportionnelles par rapport au débit et inversement proportionnelles par rapport aux pentes.

Pour mieux cerner l'effet des valeurs singulières, les vecteurs vitesses sont présentées en flèches et leurs normes en fond coloré. Cela nous montre les directions des vecteurs vitesses et les zones à fortes intensités de l'écoulement dans le sluice (*figure 12*). Cette dernière présente le profil du champ de vitesses à l'issue du PIV sans traitement, ce profil est pris comme base de toutes comparaisons.

En comparant le champ de vitesse du donnée brute (*figure 12*) et celle reconstituée (*figure 13*), la topologie de l'écoulement est identique. Donc, la décomposition se fait correctement car on arrive bien à reproduire l'écoulement. La *figure 14* montre un profil du champ de vitesse qui met en évidence la zone de recirculation marquée par une forte vitesse près de la surface, une zone de faible vitesse au milieu coloré en bleu est le noyau du tourbillon et un écoulement en sens inverse au fond. A vue d'œil, cette profil (*figure 14*) est complètement différente de du donnée brute (*figure 12*), mais si on incrémente la longueur des vecteurs vitesses, on observe la ressemblance du profil.

La deuxième valeur singulière (*figure 15*) renferme déjà des perturbations aléatoires sur la répartition spatiale de l'écoulement. Sa combinaison avec la première valeur singulière, ne modifie pas la topologie générale du profil mais entraîne une diminution de l'intensité des vitesses observées. Ainsi, les trois premières valeurs singulières suffisent pour estimer et à lisser le profil du champ de vitesse.

D'après le résultat (*figure 10*), la structure de l'écoulement dans le sluice présente 4 zones :

- « Zone 1 » : correspond à la zone de jet à la sortie du premier riffle, la vitesse est forte.

La lame d'eau survolant les riffles forme un jet à l'entrée du compartiment suivant ;

- « Zone 2 » est la couche d'eau en écoulement plus ou moins uniforme près de la surface libre, la vitesse d'écoulement est élevée, moyennant de 0.16m/s lorsque le débit est 0.42l/s ;

- « Zone 3 » correspond à la zone de recirculation due à la répulsion du deuxième riffle. C'est cette zone qui est le noyau du tri dans le sluice. La formation du tourbillon rajoute un tri par centrifugation du système densimétrique sluice.

- « Zone 4 » : Zone à faible vitesse derrière le premier riffle, c'est la zone favorable pour le dépôt des minerais.

Les quatre (04) zones sont nettement bien distinctes lorsqu'on observe les lignes de courant (*voir figure 11*). La topologie du résultat obtenu a une similitude avec le modèle proposé par **POLING et HAMILTON (1986)**. Leur modèle contient trois (03) zones, dont la zone 1, 2 et 3 correspondent respectivement par rapport à la nôtre aux zones 3, 1 et 2. Par ailleurs, cette étude a mis en exergue la présence de la quatrième zone, c'est la zone favorable pour le dépôt des minerais lourds. Cette quatrième zone est masquée dans le modèle proposé par **POLING et HAMILTON (1986)** car leurs études se font à des observations visuelles avec des particules solides. Et les particules s'accumulent derrière le riffle. La topologie générale de l'écoulement ressemble aussi à celle présenté par **CLARKSON et PEER, 1990**.

5- Conclusion

Les travaux réalisés contribuent à l'étude des écoulements à surface libre et à son application dans le secteur minier. Des techniques de visualisation et d'analyse des paramètres hydrodynamiques ont été exploitées pour analyser l'écoulement complexe avec effet de surface libre dans un sluice artisanale. Pour ce faire, une maquette expérimentale a été créé. La dimension adoptée est la configuration optimale proposée par (AGEDI, 2006), à l'issu d'un travail sur site aurifère à Madagascar.

L'analyse hydrodynamique expérimentale consiste à utiliser la technique d'acquisition PIV et la visualisation des écoulements. La combinaison des méthodes visualisation/mesure de champs/analyse statistique POD a permis d'adopter un modèle unique de l'écoulement indépendamment du temps. La technique expérimentale mise en place s'avère concluant. Le comportement et la nature de la topologie de l'écoulement sont identifiées.

Cependant, en l'absence des grandeurs de référence, des études comparatives n'ont pas pu être réalisées correctement. Nos résultats sont obtenus après une simplification du système sluice, donc il est recommandé de reconsidérer certains paramètres caractéristiques du sluice, afin de se rapprocher un peu plus de la réalité.

Dans la littérature, le fond est muni soit d'une moquette soit des grilles. Ils ont pour rôle de piéger les particules déposées. Il est donc souhaitable de voir l'influence de la rugosité du fond sur la topologie de l'écoulement.

Dans ce travail, seulement les particules liquides (eaux) ont été utilisées. Il est donc recommandé de faire des suivis des particules (Particles Tracking Velocimetry PTV) pour comprendre davantage le tri densimétrie dans le sluice et l'interaction particule-fluide et particule-particule.

6- Remerciements

- ❖ L'équipe du projet MADES et PARUR,
- ❖ L'Ambassade de France par l'intermédiaire de la SCAC et CAMPUSFRANCE (ex-EGIDE),
- ❖ L'Université d'Antananarivo, Ecole Doctorale Ingénierie et Géoscience, Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo
- ❖ Professeur Raphaël Dominique RAJAONA, chercheurs hydrodynamique et acoustique marine, Laboratoire des Ondes et Milieux Complexes LOMC, l'Université du Havre ;
- ❖ Professeur Eddy Harilala RASOLOMANANA, Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo, Ecole Doctorale Ingénierie et Géoscience, Université d'Antananarivo.
- ❖ Professeur Luc RAKOTONDRAJONA, Institut Supérieure de Technologie d'Antananarivo, Ecole Doctorale Ingénierie et Géoscience,
- ❖ L'équipe du LOMC, dirigé par Professeur MUTABAZI Innocent,

7- Références

Articles in Journals

OSHKAI P. et Rockwell, D., (1999), “Free surface wave interaction with a horizontal cylinder”, Journal of Fluids and Structure, Volume 13, pp: 935-954.

MALAVASI S. et GUADAGNINI A., (2007), “Interactions between a rectangular cylinder and a free-surface flow”, Journal of Fluids and Structures, 23, 1137-1148.

STEWART D. F. et RAMSAY P.W., (1993), “Improving the Simple Sluice Box”, Int Journal of Mineral Proc., 39, p 119-136.

A.B. HOLLAND-BATT, (1995), “The dynamics of sluice and spiral separations”, Mineral Technologies Division, Clyde Industries Limited, Australia, Minerals Engineering, Vol. 8, No 1/2, pp. 3-21.

SIROVICH L., (1987), “Turbulence and the dynamics of coherent structures part 1: coherent structures”, Quarterly of Applied Mathematics XLV Vol. 3, pp 561-571.

Books

AGEDI, (2006), **Association pour la Gestion de l’Environnement et du Développement Intégré** « Optimisation du rendement de la chaîne de traitement ». Projet pilote d’orpaillage, zone Brieville-Andriamena, Ministère des Mines, Madagascar.

GOLUB G.H. et VAN LOAN C.F., (1989), “Matrix Computations” – Baltimore, Lonfon: The Johns Hopkins University Press

BLAZY P. et JOUSSEMET R., (2005) « Concentration par gravité – Modélisation et critères de choix», Ecole Nationale Supérieure de Géologie, Laboratoire Environnement et Minéralurgie, Techniques de l’ingénieur, Paris – France.

BLAZY P. et JOUSSEMET R., (2005) « Concentration par gravité – Principe », Ecole Nationale Supérieure de Géologie, Laboratoire Environnement et Minéralurgie,

Techniques de l'ingénieur, Paris – France.

CLARKSON P. & PEER O., (Mars 1990), “An Analysis of Sluicelox Riffle Performance”, Report prepared for the Klondike Placer Miners Assoc, 31.

LABIOD C, (2005), « Ecoulement à surface libre sur fond de rugosité inhomogène », Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, France.

CORDIER L. et BERGMANN M., (2002), “Proper Orthogonal Decomposition: an overview”, In Lecture series 2002-04 on post-processing of experimental and numerical data. Von Kármán Institute for Fluid Dynamics.

WERTEL J., (2009), « Modélisation tridimensionnelle des écoulements turbulents en conduite d'assainissement à surface libre », Thèse de Doctorat en mécanique des fluides, Strasbourg

Articles in Edited Books

RAJAONA R. D., RAKOTONDRAJAONA L., LHOR, A., (2005), « Etude expérimentale du déferlement glissant derrière un cylindre en mouvement accéléré/décéléré sous la surface libre », Dixièmes Journées de l'Hydrodynamique, Nantes, pp. 203-216.

COOK D.J., (Avril 1979), “Gold Recovery In a Sluice Box”, Engineer of Mines Thesis, UAF, 1954. (Also reproduced for the 1979 AIME/SME Placer Mining Conference, University of Alaska Fairbanks, 97).

STEWART D. F., (1986), “Operation of the Sluice Box Under Conditions of Low Water Flow”, Bull. Proc., Australas, Inst. Min. Metall, 291, 81-85

POLING G.W. & HAMILTON J.F., (1986), Pilot Scale Study of: "Fine Gold Recovery of Selected Sluicelox Configurations," Dept of Min. & Mineral Proc. Eng. UBC Report, available from Northern Affairs Program, 200 Range Road, Whitehorse, Yukon, 77p

ANTOULAS A. C. et SORENSEN D. C., (2001), « Approximation of larges-scale, Dynamical systèmes : an overview », Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., Vol 11, p 1093 - 1121

HOLMES P., LUMLEY J., BERKOOZ G., MATTINGLY J. et WITTENBERG R., (1997), "Low-dimensional models of coherent structures in turbulence". Physics Reports Vol. 287, p.337–384

FAHL M., (2001), « Computation of POD basis functions for fluid flows with Lanczos methods », Math. And Comp. Modeling, Vol. 34, p 91 – 107

8- Tableaux

9- Figures

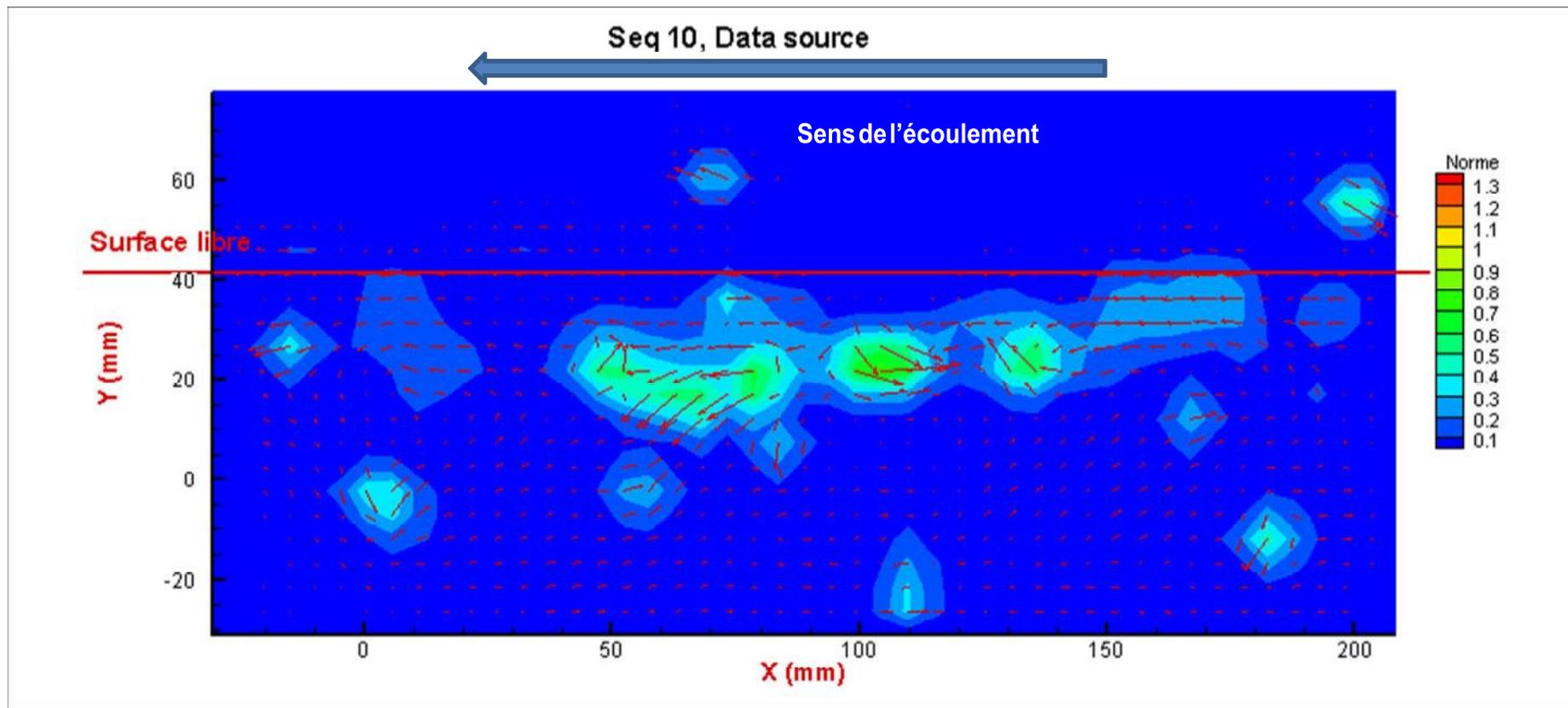


Figure 12 : Champ de vitesse à partir des données brutes

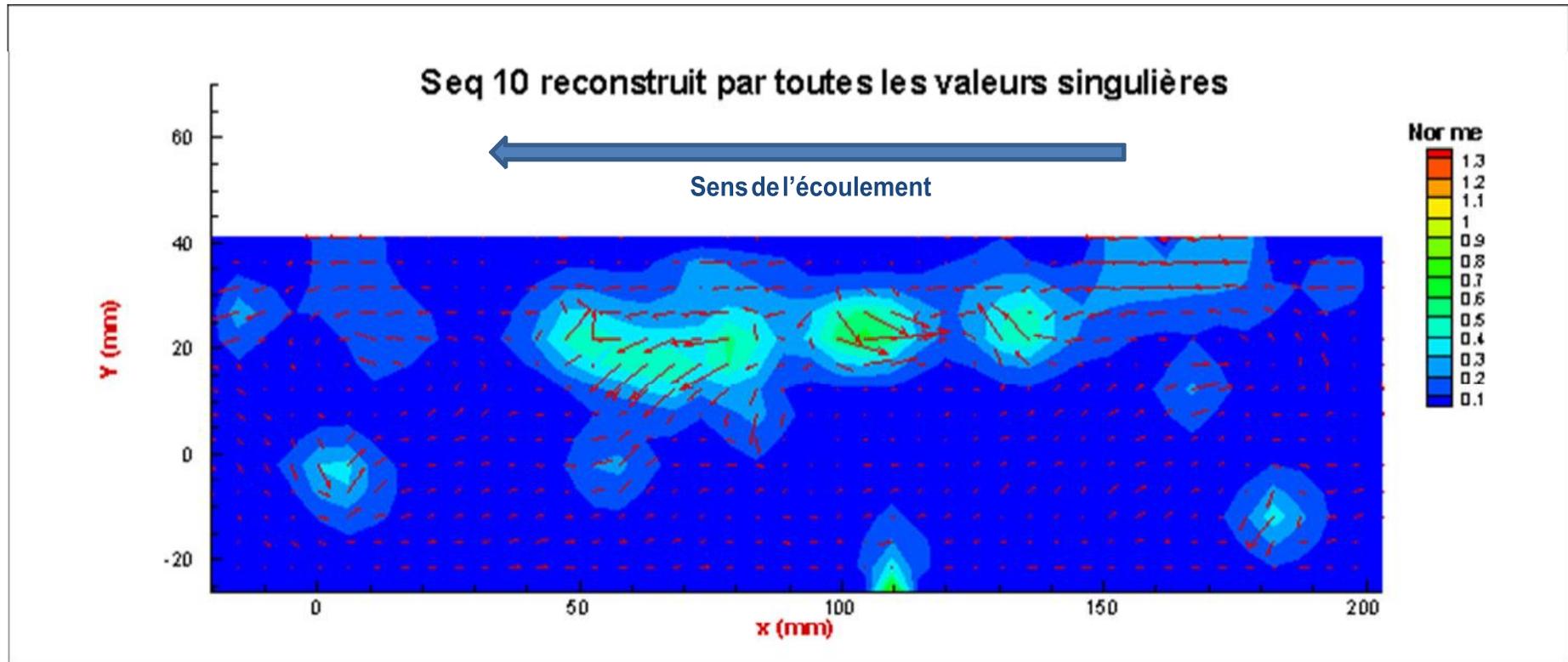


Figure 13 : Champ de vitesse reconstruit par toutes les valeurs singulières

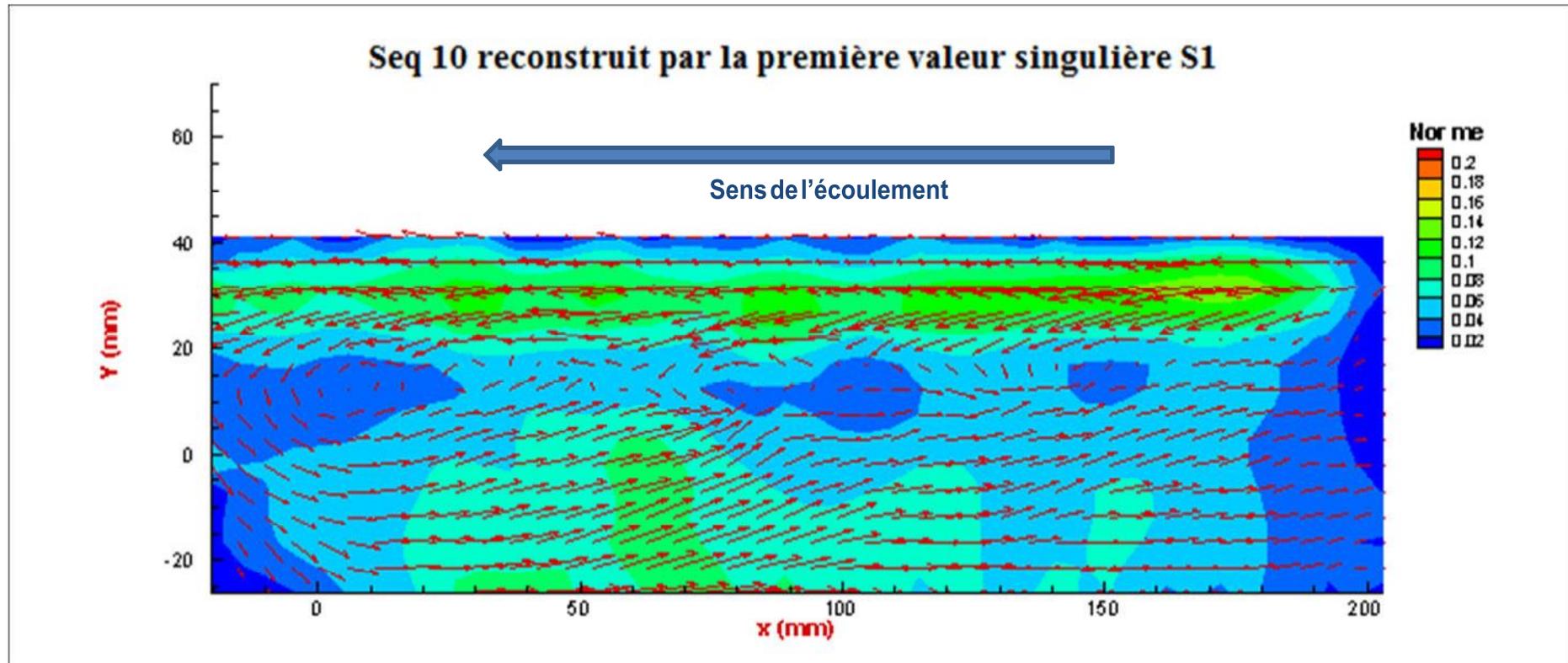


Figure 14 : Champ de vitesse reconstruit par la première valeur singulière

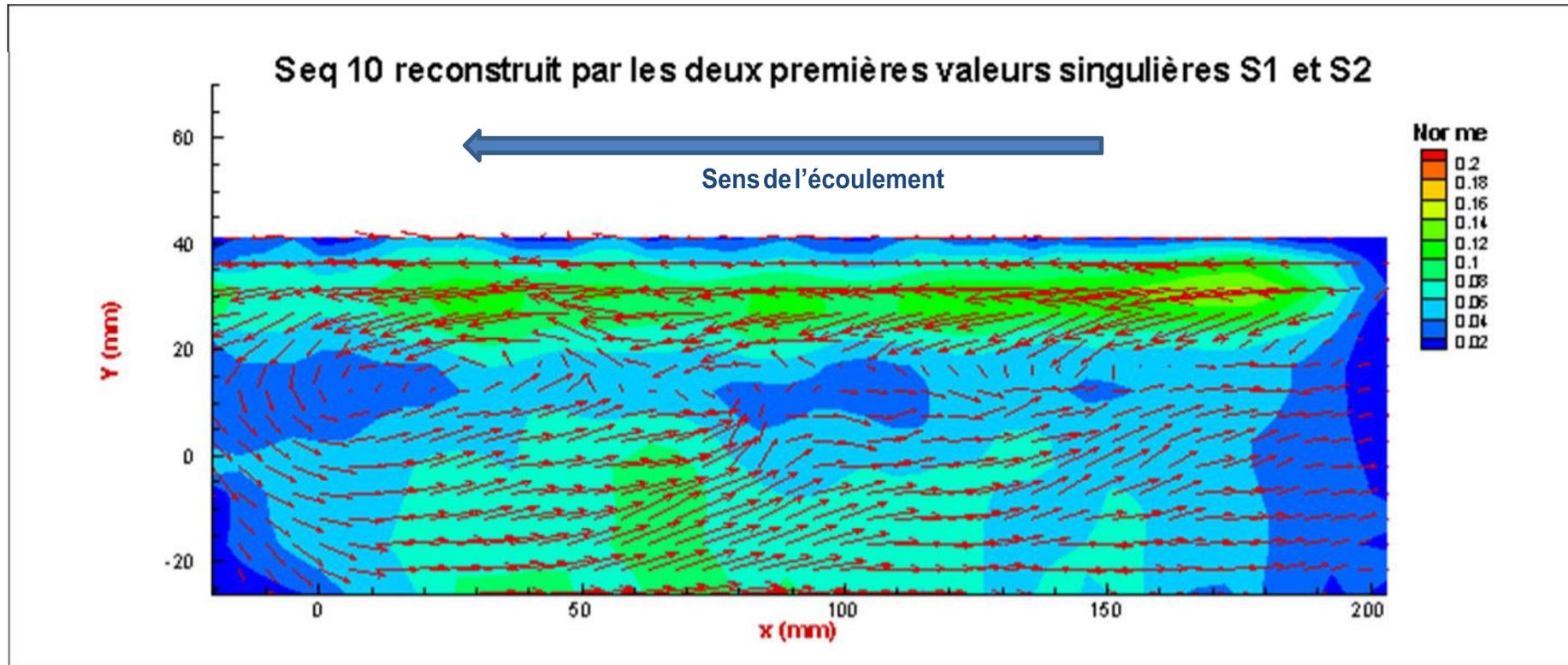


Figure 15 : Champ de vitesse reconstruit par les deux premières valeurs singulières